

1. a) (10 poena) Pokazati da za ukupnu energiju elektrona i šupljina u valentnoj zoni važi $(E_{\text{tot}})_p = - (E_{\text{tot}})_e$
 b) U trodimenzionalnom elektronskom gasu gustina stanja $g(E)$ se može prikazati u obliku: $g(E) = C\delta(E - E_0)$, pri čemu su C i E_0 pozitivne konstante. Naći izraz za koncentraciju elektrona u slučaju da je prisutna totalna degeneracija.
2. (25 poena) Odrediti temperaturu (naći odgovarajuću transcendentnu jednačinu) pri kojoj koncentracija termički generisanih šupljina p postaje značajna u izrazito p -dopiranom poluprovodniku ($N \neq 0$). Poznatim smatrati koncentracije donorskih i akceptorskih primesa N i P , respektivno, kao i energiju akceptorskog nivoa W_a računatu u odnosu na vrh valentne zone. Efektivni broj stanja valentne zone je $B_v = 2(m_p k_B T / 2\pi \hbar^2)^{3/2}$, gde je efektivna masa šupljina m_p takode poznata.

1. a) (15 poena) Ako su Ψ_k i Ψ_{-k} rešenja Šredingerove jednačine za elektrone u periodičnom potencijalu koja odgovaraju istoj vrednosti energije $E(k)$, gde je $k = k_R + ik_I$, proveriti da li važi $|\Psi_{-k}|^2 = |\Psi_k^*|^2$.
- b) (10 poena) Pokazati da za ukupnu energiju elektrona i šupljina u valentnoj zoni važi $(E_{\text{tot}})_p = - (E_{\text{tot}})_e$
2. (25 poena) Za poluprovodnik izrazitog n -tipa ($P_A=0$) naći kritičnu koncentraciju donorskih primesa N_{kr} kao funkciju dubine primesnog nivoa W_d i prividne mase gustine stanja m_{gn} . Pod N_{kr} podrazumevati onu koncentraciju primesa za koju se maksimalna vrednost Fermijevog nivoa poklapa sa dnom provodne zone. Pretpostaviti da Maksvel-Bolcmanova raspodela važi u svim slučajevima.

Efektivni broj stanja provodne zone je dat sa: $B_c = 2 \left(\frac{m_{gn} k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$.

3. (25 poena) Poluprovodnik n -tipa se nalazi u trenutku $t=0$ u ravnoteži. Počev od $t=0$, poluprovodnik se osvetljava, tako da je generacija nosilaca G vremenski konstantna veličina. Prepostavljajući da je u ovom slučaju efektivna rekombinacija kvadratna ($R = \gamma(\delta n)^2$), odrediti vremensku zavisnost nadkoncentracije elektrona.

4. (25 poena) Konjugovani polimeri se u jednoelektronskoj aproksimaciji ponašaju kao jednodimenzioni metali. Smatrajući da se provodna zona ovih materijala može opisati paraboličnom disperzionom relacijom $W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$, uz primenu aproksimacije totalne degeneracije, odrediti provodnost σ duž lanca polimera ako je poznata koncentracija provodnih elektrona n , kao i vreme relaksacije $\tau = \tau(W_F)$, gde je W_F energija Fermijevog nivoa.

Napomena: U realnosti, zbog izražene elektron-fonon interakcije, konjugovani polimeri podležu Pajersovom prelazu i u osnovnom stanju ponašaju se kao poluprovodnici, a ne kao metali.

Ispit traje 180 minuta. Studenti koji su položili I kolokvijum rade samo pitanja 3 i 4 u trajanju od 90 minuta.

1. Za Kronig-Penney-ev δ model odrediti:

(a) (10 poena) granice energetske zone

(b) (15 poena) efektivnu masu elektrona sa energijom bliskom E_2 , gde je E_2 gornja granica druge dozvoljene zone. Disperzionu relaciju za Kronig-Penney-ev δ model:

$$P \frac{\sin \beta a}{\beta a} + \cos \beta a = \cos ka$$

smatrati poznatom kao i sve veličine koje u njoj figurišu.

2. (a) (10 poena) Kakav treba da bude odnos efektivnih masa elektrona i šupljina da bi se Fermijev nivo sopstvenog poluprovodnika nalazio tačno na sredini energetske procepa?

(b) (15 poena) Element zapremine dV uzorka silicijuma uniformno je dopiran sa 120 atoma fosfora. Položaj donorskog nivoa u odnosu na dno provodne zone E_d smatrati poznatim. Koliko donorskih atoma ce biti jonizovano na posmatranoj temperaturi ukoliko se Fermijev nivo poklapa sa donorskim nivoom?

3. (25 poena) Izvesti Ajnštajnovu relaciju. Posebno analizirati slučaj totalne degeneracije

4. Poluprovodnik u stanju termodinamičke ravnoteže ima koncentraciju šupljina $p_0 = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ i sopstvenu koncentraciju $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Vreme života manjinskih nosilaca iznosi $2 \cdot 10^{-7} \text{ s}$. (a) Odrediti brzinu rekombinacije elektrona u termodinamičkoj ravnoteži. (b) Odrediti brzinu rekombinacije elektrona ako je u poluprovodniku ostvarena nadkoncentracija elektrona $\delta n = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

Ispit traje 180 minuta. Studenti koji su položili I kolokvijum rade samo pitanja 3 i 4 u trajanju od 90 minuta.

- 1) Za trodimenzionalni elektronski gas u slučaju totalne nedegeneracije i parabolične zavisnosti energije od talasnog vektora, sa izotropnom efektivnom masom ($E = \hbar^2 k^2 / 2m^*$):

(a) (10 poena) pokazati da važi $g(E) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{k^2 dk}{dE}$,

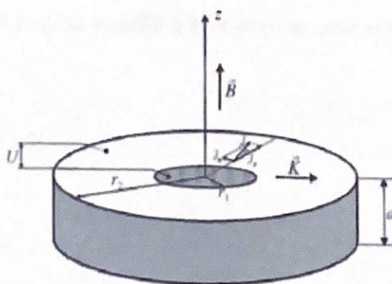
- (b) (15 poena) izvesti izraz za koncentraciju n koristeći izraz (a).

Smatrati da su poznate efektivna masa m^* , temperatura T i Fermijeva energija E_F .

Napomene:

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \text{ gde je } \Gamma(z) = \int_0^{+\infty} x^{z-1} e^{-x} dx.$$

- 2) (a) (10 poena) Uzorak silicijuma uniformno je dopiran donorima koncentracije N_D . Položaj donorskog nivoa u odnosu na dno provodne zone smatrati poznatim. Koliko će iznositi koncentracija jonizovanih donora na posmatranoj temperaturi ukoliko se Fermijev nivo poklapa sa donorskim nivoom?
- (b) (15 poena) Detaljno objasniti nastanak površinskih (tamovskih) stanja u polubeskonačnom poluprovodniku. Skicirati elektronsku strukturu i talasnu funkciju površinskog stanja.
- 3) (25 poena) Posmatrati heterospoj metal-vakuum i izvesti izraz za struju termoelektronske emisije, smatrajući poznatom veličinu izlaznog rada metala. Pretpostaviti da je zavisnost energije od talasnog vektora parabolična, sa izotropnom efektivnom masom.
- 4) (25 poena) Corbino-disk (Slika 1) napravljen je od GaAs sa koncentracijom donorskih primesa N_d i pokretljivošću nosilaca μ . Unutrašnji i spoljašnji prečnici diska su r_1 i r_2 , respektivno, a debljina diska d . Primenjeno magnetno polje je B , a napon na elektrodama U . Odrediti a) ugao φ koji zaklapa vektor gustine struje sa poluprečnikom diska, b) relativnu promenu otpornosti u funkciji magnetnog polja i c) ukupnu tangencijalnu struju.



Slika 1. Corbino-disk

Ispit traje 180 minuta. Studenti koji su položili I kolokvijum rade samo pitanja 3 i 4 u trajanju od 90 minuta.

FIZIČKA ELEKTRONIKA ČVRSTOG TELA

30. avgust 2022.

1. a) (15 poena) Ako su Ψ_k i Ψ_{-k} talasne funkcije elektrona u jednodimenzionalnom periodičnom potencijalu koje odgovaraju istoj vrednosti energije $E(k)$ pokazati da važi $\Psi_{-k} = \Psi_k^*$.

b) (10 poena) Objasniti pojam Brilloiun-ove zone.

2. U kvazi-jednodimenzionalnom metalu energija elektrona u posmatranoj zoni se može približno prikazati u obliku:

$$E(\vec{k}) = -2A \cos(k_x a)$$

odnosno zavisi samo od jedne komponente talasnog vektora (k_x). a) (15 poena) Naći izraz za energetsku gustinu stanja ako su konstante rešetke u pravcu normalnom na kretanje elektrona označene sa b i c , dok je a konstanta rešetke u pravcu kretanja elektrona. Skicirati dobijenu gustinu stanja. b) (10 poena) Kolika je koncentracija elektrona za polupopunjenu zonu?

3. (25 poena) Izvesti izraz za pokretljivost elektrona u slabom električnom polju u aproksimaciji skalarne efektivne mase. Zavisnost vremena relaksacije od kinetičke energije smatrati poznatom.

4. (25 poena) Posmatrati heterospoj metal-vakuum i izvesti izraz za struju termoelektronske emisije, smatrajući poznatom veličinu izlaznog rada metala. Prepostaviti da je zavisnost energije od talasnog vektora parabolčna, sa izotropnom efektivnom masom. Izlazni rad je znatno veći od termalne energije tako da se Fermi-Dirac-ova funkcija raspodele može zameniti Maxwell-Boltzmann-ovom. Napomena:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi/a}$$

Ispit traje 180 minuta. Studenti koji su položili I kolokvijum rade samo pitanja 3 i 4 u trajanju od 90 minuta.

FIZIČKA ELEKTRONIKA ČVRSTOG TELA

30. septembar 2022.

1. Za Kronig-Penney-ev δ model odrediti:

(a) (10 poena) granice energetske zone

(b) (15 poena) efektivnu masu elektrona sa energijom bliskom E_2 , gde je E_2 gornja granica druge dozvoljene zone. Disperzionu relaciju za Kronig-Penney-ev δ model:

$$P \frac{\sin \beta a}{\beta a} + \cos \beta a = \cos ka$$

smatrati poznatom kao i sve veličine koje u njoj figurišu.

2. (25 poena) Za poluprovodnik izrazitog n -tipa ($P_A=0$) naći kritičnu koncentraciju donorskih primesa N_k kao funkciju dubine primesnog nivoa W_d i prividne mase gustine stanja m_{gn} . Pod N_k podrazumevati onu koncentraciju primesa za koju se maksimalna vrednost Fermijevog nivoa poklapa sa dnom provodne zone. Pretpostaviti da Maksvel-Bolcmanova raspodela važi u svim slučajevima.

Efektivni broj stanja provodne zone je dat sa: $B_c = 2 \left(\frac{m_{gn} k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$.

3. (25 poena) Poluprovodnik n -tipa se nalazi u trenutku $t=0$ u ravnoteži. Počev od $t=0$, poluprovodnik se osvetljava, tako da je generacija nosilaca G vremenski konstantna veličina. Prepostavljajući da je u ovom slučaju efektivna rekombinacija kvadratna ($R = \gamma(\delta n)^2$), odrediti vremensku zavisnost nadkoncentracije elektrona. Smatrati da je $\delta n(t=0)=0$ kao i da za kvadratnu rekombinaciju važi $t \ll 1/\sqrt{\gamma G}$.

4. (25 poena) Posmatrati heterospoj metal-vakuum i izvesti izraz za struju termoelektronske emisije, smatrajući poznatom veličinu izlaznog rada metala. Pretpostaviti da je zavisnost energije od talasnog vektora parabolna, sa izotropnom efektivnom masom. Izlazni rad je znatno veći od termalne energije tako da se Fermi-Dirac-ova funkcija raspodele može zameniti Maxwell-Boltzmann-ovom.

Napomena: $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi/a}$

Ispit traje 180 minuta. Studenti koji su položili I kolokvijum rade samo pitanja 3 i 4 u trajanju od 90 minuta.